



02/09/2016

"שילוב תלמידי תיכון בטכניון" - מבחן כניסה במתמטיקה

הוראות לנבחן

1. משך הבחינה: שעתיים וחצי.
2. עליך לענות על ארבע השאלות הבאות.
3. חומר עזר מותר בשימוש: מחשבון לא גרפי, דפי נוסחאות (מצורפים).
4. על תעתיק את השאלה, סמן את מספרה בלבד.
5. התחל כל שאלה בעמוד חדש.
6. פרט חישוביך ונמק טענותיך. חוסר פירוט עלול לפגוע בהערכה.

שאלה 1. (סדרה)

סדרה מוגדרת לכל n טבעי על ידי הכלל:

$$a_1 = 4$$

$$a_n + a_{n+1} = 4n + 2$$

- א. אם בסדרה יש 100 איברים, מצא את הסכום של שני האיברים העומדים במקומות האמצעיים בסדרה.
- ב. הוכח כי איברי הסדרה העומדים במקומות אי-זוגיים מהווים סדרה חשבונית, וגם איברי הסדרה העומדים במקומות זוגיים מהווים סדרה חשבונית.
אם בסדרה יש 101 איברים, מצא:
- ג. את האיבר העומד באמצע הסדרה.
- ד. את הסכום של כל איברי הסדרה.

שאלה 2. (ווקטורים)

- נתונים שני מישורים π_1 ו- π_2 המקבילים זה לזה. המרחק בין שני המישורים הוא 2.
- מישור π_1 עובר דרך הנקודות $A(2,0,3)$ ו- $B(0,0,6)$.
- מישור π_2 עובר דרך הנקודה $C(-2,0,2)$.
- מצא את משוואת המישור π_1 ואת משוואת המישור π_2 .
(מצא את שתי האפשרויות לכל אחד מהמישורים)



הטכניון - מכון טכנולוגי לישראל
המרכז לחינוך קדם-אקדמי

Technion - Israel Institute of Technology
The Center for Pre-University Education



היחידה לנוער שוחר מדע וטכנולוגיה
ע"ש משפחת הרי ולו שטרן

The Harry and Lou Stern Family
Science and Technology Youth Center

בתמיכת משרד החינוך

שאלה 3. (חדו"א)

נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{ax^2 + 9}$. a הוא פרמטר גדול מ-0.

- א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?
 (2) הראה כי לפונקציה $f(x)$ אין נקודות פיתול.
- ב. (1) מהו תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$?
 (2) הבע באמצעות a את האסימפטוטות האופקיות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
 (3) מצא תחומי עלייה וירידה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ (אם יש כאלה).
 (4) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
- ג. השטח, המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = -4$, שווה ל-2.
 בלי לחשב את הערך של a , חשב את הערך המספרי של $f(-4)$ ואת הערך המספרי של $f(4)$.

שאלה 4. (מספרים מרוכבים)

נתונה המשוואה $z^n = 8$, z הוא מספר מרוכב, $n > 2$.

- א. הוכח כי n הפתרונות של המשוואה הם קדקודים של מצולע משוכלל.
 המספרים z_0, z_1, z_2, z_3 הם ארבעה קדקודים עוקבים מבין n הקדקודים של המצולע שבסעיף א (לפי סדר המספרים הרשום).
 z_0 הוא מספר ממשי וחיובי. z_1 נמצא במישור גאוס ברביע הראשון.
 נתון: $z_0 \cdot z_1 \cdot z_2 \cdot z_3 = -\sqrt{8}i$.
 ב. מצא את הערך של n .

להצלחה וז'!